

Адаптация алгоритма оптимизации Гаусса-Ньютона в гильберт-диагностике на примере пламени Бунзена

Э.В. Арбузов^{1,A,C}, Ю.Н. Дубнищев^{2,B,C}, О.С. Золотухина^{3,B,C}

^A Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

^B Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН

^C Новосибирский государственный технический университет

¹ ORCID: 0000-0001-9488-8650, arbuzov@math.nsc.ru

² ORCID: 0000-0001-7874-039X, dubnistchev@itp.nsc.ru

³ ORCID: 0000-0003-3486-4459, melexina-olga17@yandex.ru

Аннотация

В работе на примере данных о температуре и основных соединениях ламинарного метано-воздушного пламени Бунзена рассматривается возможность применения алгоритма оптимизации Гаусса-Ньютона в гильберт-диагностике реагирующих сред (пламён). Предложенная ранее и проверенная на численных моделях методика реконструкции полей фазовой оптической плотности использована для решения обратной задачи гильберт-оптики: в рассматриваемом осесимметричном сечении пламени вычислена гильбертограмма, из которой восстановлены исходные значения фазовой функции и показателя преломления среды. Развитием работы станет расширение сферы приложений полученных результатов в обработке экспериментальных данных.

Ключевые слова: гильберт-оптика, алгоритм Гаусса-Ньютона, оптимизация, пламя Бунзена, диагностика пламени.

1. Введение

Исследования процессов горения актуальны во многих областях промышленности и технологиях [1, 2]. Наиболее значимой является оптическая диагностика термодинамических и структурных параметров пламён, основными достоинствами которой являются бесконтактность применения, возможность проведения измерений в высокотемпературных зонах. Методы оптической диагностики условно можно разделить на две группы: первую составляют способы, основанные на явлениях рассеяния, поглощения и флуоресценции при прохождении светового излучения через исследуемую среду [3–5]; ко второй относятся методы, заключающиеся в фиксации изменений коэффициента преломления (фазовой плотности) газовой смеси [6, 7].

Оптическая гильберт-диагностика позволяет с высокой чувствительностью визуализировать фазовые структуры исследуемых сред в пространстве, ограниченном зондирующим световым полем [8]. Ранее в [9] были представлены результаты полихроматической гильберт-диагностики водородно-воздушного диффузионного пламени с реконструкцией из полученной фазовой функции температурного поля и определением концентраций продуктов горения. Однако остаётся нерешённым вопрос автоматического расчёта фазовых полей по данным гильберт-измерений.

В [10] для оптимизации реконструкции фазовой функции при гильберт-диагностике на примере численных моделей было предложено применение итерационного алгоритма Гаусса-Ньютона [11, 12], который используется для нахождения минимума целевой функции. В настоящей работе выполнена адаптация оптимизации Гаусса-Ньютона к решению обратной задачи гильберт-оптики с использованием экспериментальных

данных о температуре и основных соединениях ламинарного метано-воздушного пламени Бунзена, описанных в [13].

Задача оптимизации

Математическая модель гильберт-визуализации фазовых возмущений в некотором сечении у диагностируемого объекта (ось z совпадает с направлением светового пучка) может быть задана соотношением [10]:

$$H[\psi](x^*, y) = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos[\psi(x, y)]}{x^* - x} dx \right\}^2 + \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin[\psi(x, y)]}{x^* - x} dx \right\}^2. \quad (1)$$

Функция $\psi(x, y)$ в свою очередь зависит от геометрической длины пути и показателя преломления $n(x, y, z)$:

$$\psi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{z_1}^{z_2} [n(x, y, z) - n_\infty] dz, \quad (2)$$

где λ – длина волны, n_∞ – показатель преломления среды, окружающей пламя, z_1 и z_2 – начальная и конечная точки распространения светового луча в объекте. В случае осевой симметрии выражение (2) можно представить через интеграл Абеля [9]:

$$\psi(x, y) = \frac{4\pi}{\lambda} \int_x^R [n(r, y) - n_\infty] \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr; \quad r^2 = x^2 + z^2; \quad (3)$$

R – радиус осесимметричного сечения пламени; $n(r, y)$ – зависимость показателя преломления от радиуса в пределах сечения.

Связь показателя преломления и параметров горячей смеси определяется соотношением:

$$n - 1 = \frac{p}{p_{n.c.}} \frac{T_{n.c.}}{T} \sum_k A_k \left(1 + \frac{B_k}{\lambda^2} \right) C_k, \quad (4)$$

где p – давление в пространственной структуре пламени; $p_{n.c.}$ – давление при нормальных условиях; T – температура пламени; $T_{n.c.}$ – температура при нормальных условиях; C_k – мольная доля k -го компонента горячей смеси; A_k и B_k – дисперсионные коэффициенты k -го компонента горячей смеси (справочные данные). Для нахождения параметров исследуемого пламени T и C_k необходимо реконструировать фазовую функцию $\psi(x, y)$ из гильбертограммы $H[\psi]$.

Для автоматического выполнения данной операции авторами на примере численных моделей был предложен метод [10], основанный на итерационном алгоритме Гаусса-Ньютона, который заключается в подборе профиля фазы, заданного суммой кривых Безье третьей степени [14], последующем вычислении гильбертограммы и сопоставлении её с экспериментальными данными. Критерием достоверности реконструкции $\psi(x, y)$ служит совпадение структур экспериментальной и модельной гильбертограмм.

Если задать некоторое начальное приближение фазовой функции через совокупность участков, каждый из которых моделируется кривой Безье:

$$\psi_q^{mod}(x, y): \begin{cases} x(t, V_x^q) = (1-t)^3 V_{x,0}^q + 3(1-t)^2 t V_{x,1}^q + 3(1-t) t^2 V_{x,2}^q + t^3 V_{x,3}^q; \\ y(t, V_y^q) = (1-t)^3 V_{y,0}^q + 3(1-t)^2 t V_{y,1}^q + 3(1-t) t^2 V_{y,2}^q + t^3 V_{y,3}^q; \end{cases} \\ t \in [0, 1];$$

где V_x^q и V_y^q – компоненты векторов опорных вершин кривой Безье с номером ($q = 1, \dots, Q$), и рассчитать от него $H^{mod}[\psi^{mod}]$, задача оптимизации сводится к определению V_x^q и V_y^q , при которых достигается минимум целевой функции:

$$f(\vec{V}) = \|\vec{F}(\vec{V})\|^2 = \sum_{m=0}^M [H(x_m) - H^{mod}(x_m)]^2.$$

Для нахождения \vec{V} выполняются итерационные приближения:

$$\vec{V}_{d+1} = \vec{V}_d - \alpha [J^T(\vec{V}_d) J(\vec{V}_d)]^{-1} J^T(\vec{V}_d) F(\vec{V}_d), \quad (5)$$

где α – коэффициент регулировки «шага» итерации, J – матрица Якоби производных первого порядка функции $F(\vec{V})$. В результате оптимизация заключается в задании вектора \vec{V}_0 , определяющего начальное распределение $\psi(x, y)$, и дальнейшем применении алгоритма Гаусса-Ньютона (5) до тех пор, пока сумма квадратов расстояний между координатами экспериментальной и оптимизируемой гильбертограммами не станет меньше заданного значения.

3. Обработка экспериментальных данных

Обратимся к рис. 1.а и 1.б, на которых представлено радиальное распределение температуры T и мольных концентраций продуктов горения топлива C_{N_2} , C_{O_2} , C_{H_2} , C_{H_2O} , C_{CO_2} , C_{CO} и C_{CH_4} в некоторых сечениях y_1 и y_2 ламинарного метано-воздушного пламени Бунзена. Данные взяты из работы [13], в которой они были получены с использованием методов комбинационного рассеяния Рамана-Релея и лазерно-индуцированной флуоресценции.

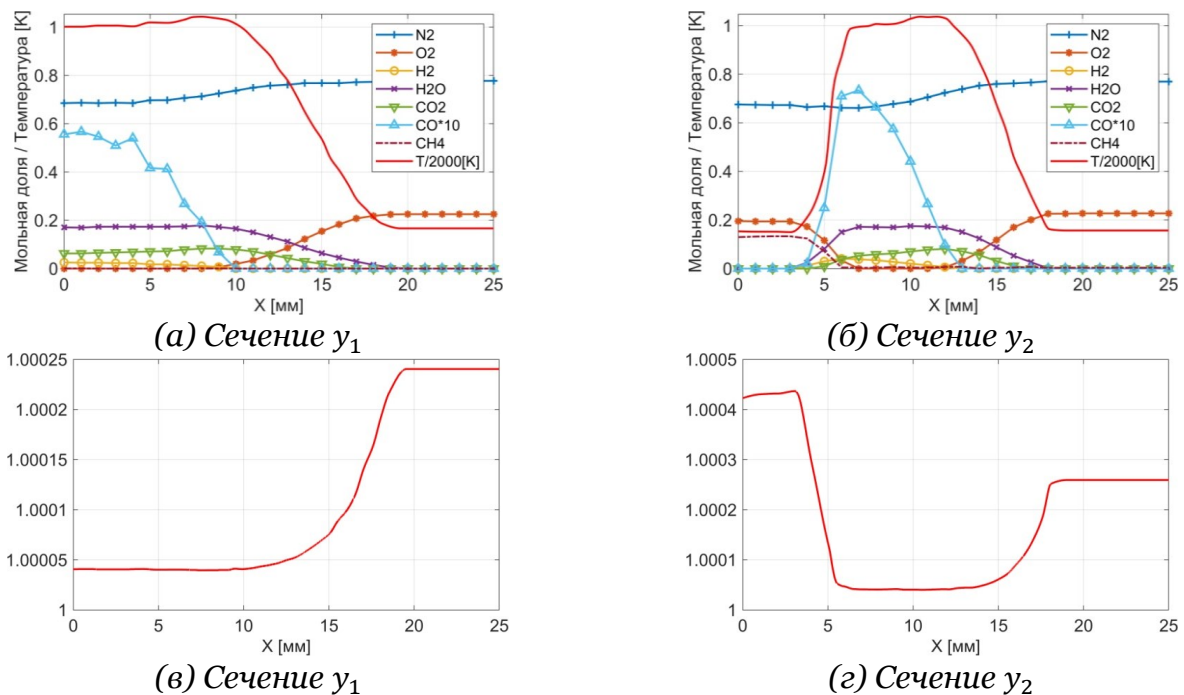


Рис. 1. (а, б) Радиальное распределение температуры и мольных концентраций продуктов горения топлива; (в, г) радиальное распределение показателя преломления.

Величина C_{CH_4} определена следующим образом:

$$C_{CH_4} = 1 - C_{N_2} - C_{O_2} - C_{H_2} - C_{H_2O} - C_{CO_2} - C_{CO}.$$

Используя полученные данные, с применением (4) при $\lambda = 532$ нм и $p = p_{н.с.}$ выполним расчёт показателя преломления в рассматриваемых сечениях пламени (рис. 1.в и 1.г). Далее по формулам (3) и (1) найдём фазовую функцию ψ и соответствующую гильбертограмму $H[\psi]$ (рис. 2).

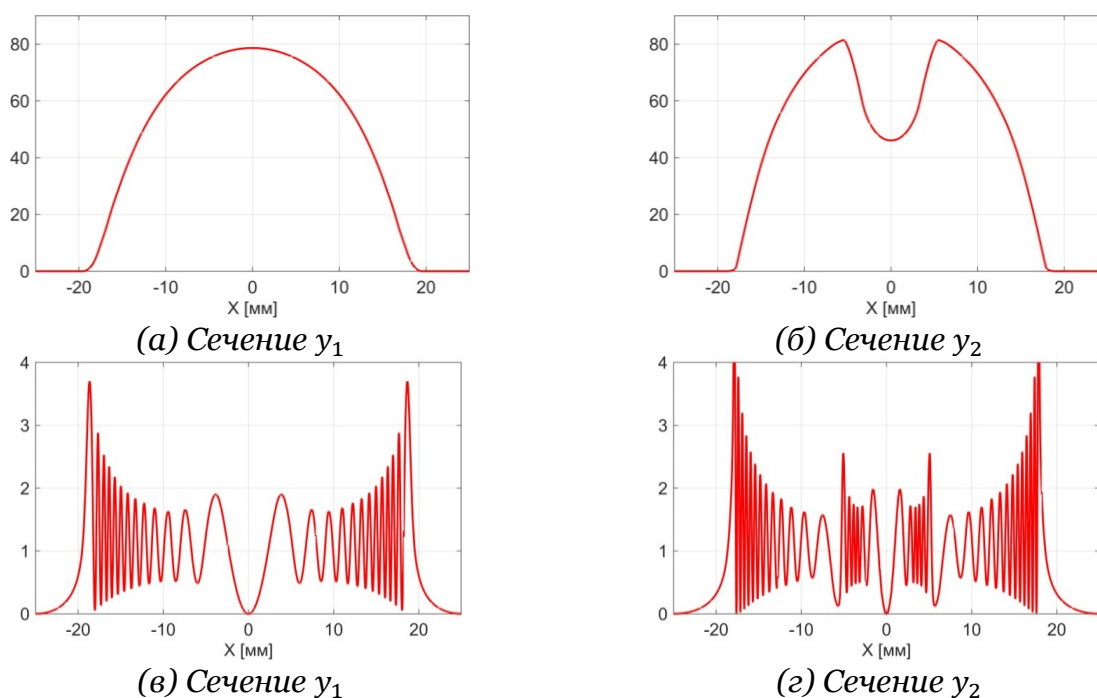


Рис. 2. Эталонные данные: (а, б) фазовая функция; (в, г) гильбертограмма.

В экспериментальных измерениях обратная задача гильберт-диагностики заключается в реконструкции ψ из зарегистрированной гильбертограммы $H[\psi]$. Гильберт-преобразование позволяет визуализировать экстремумы и градиенты фазовой оптической плотности исследуемой среды, которые трансформируются в структуры гильберт-полос, причём в области экстремумов образуются «широкие» полосы [8]. Используем эту информацию для задания некоторого начального приближения ψ^{mod} и $H^{mod}[\psi^{mod}]$, которое необходимо оптимизировать к «эталонным» величинам (рис. 3). Так как пламя является осесимметричным, для первого сечения y_1 потребовалось использовать три кривые Безье и отобразить их копии относительно центральной оси, для второго сечения y_2 – 5 кривых.

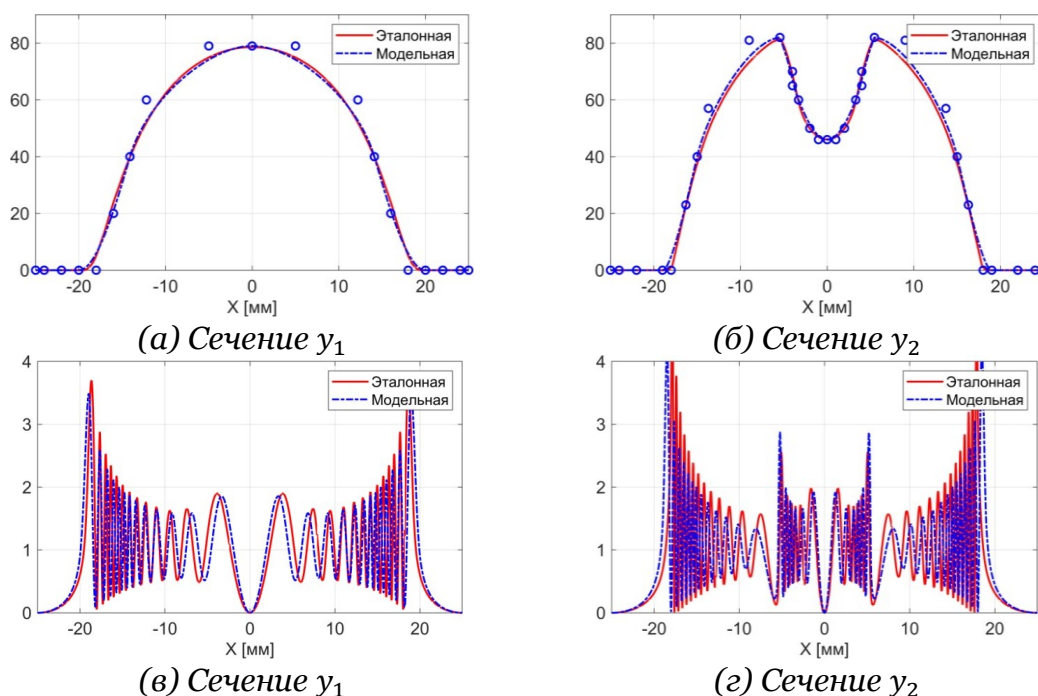


Рис. 3. Начальное приближение: (а, б) фазовая функция, представленная суммой кривых Безье (с указанными опорными вершинами); (в, г) гильбертограмма.

Зафиксируем известные координаты опорных вершин полиномов: значение фазы на краях исследуемой области и местоположение экстремумов функции. Результат применения алгоритма оптимизации Гаусса-Ньютона (5) представлен на рис. 4.

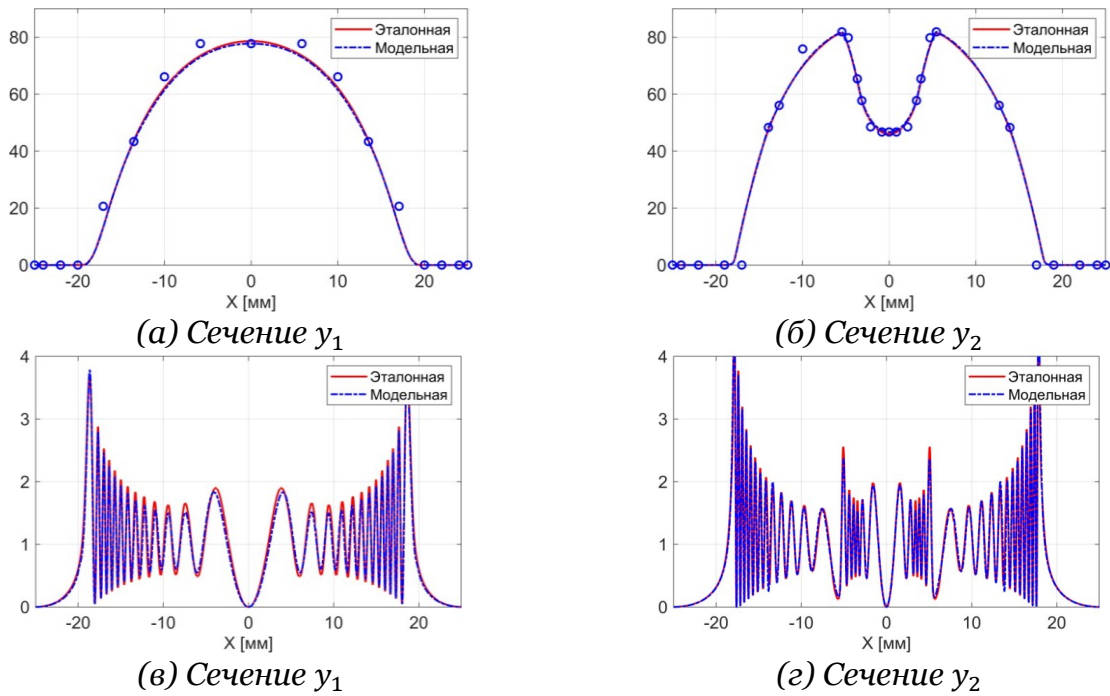


Рис. 4. Результат оптимизации: (а, б) фазовая функция; (в, г) гильбертограмма.

Из реконструированного профиля фазовой функции выполним расчёт показателя преломления (рис. 5) и сравним результат с исходными данными, изображёнными на рис. 1.в и 1.г.

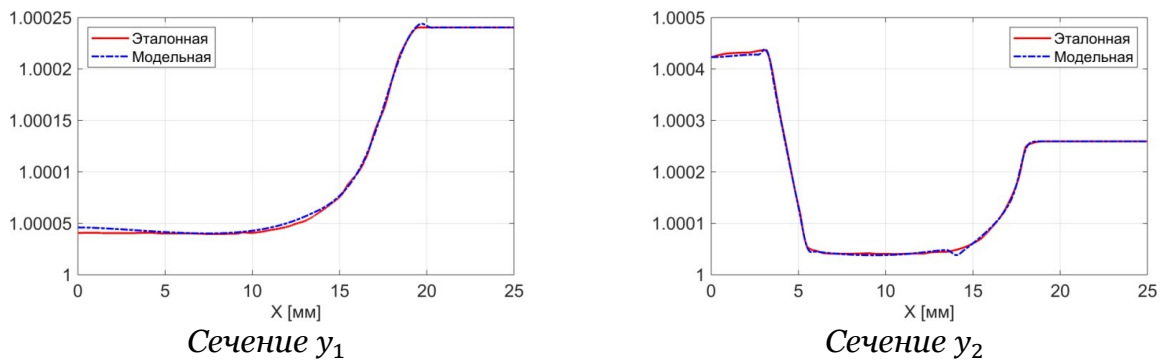


Рис. 5. Сравнение исходного распределения показателя преломления (рис. 1.в и 1.г) в сечениях пламени y_1 и y_2 с реконструированным в результате решения обратной задачи гильберт-оптики.

Обсуждение результатов

Алгоритм оптимизации Гаусса-Ньютона через 52 итерации в сечении y_1 и 31 итерацию в сечении y_2 позволил приблизить оптимизируемые данные H^{mod} к эталонным значениям H со среднеквадратической погрешностью

$$\sigma_{y_1} = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^M (H_{m,y_1} - H_{m,y_1}^{mod})^2}{M}} = 0,12; \quad \sigma_{y_2} = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^M (H_{m,y_2} - H_{m,y_2}^{mod})^2}{M}} = 0,11;$$

при этом максимальное отклонение реконструированной фазовой функции от эталонной оказалось локализованным в центральной части сечений и составило

$$\delta_{\psi,y_1} = \max_{m=0,\dots,M} |\psi_{m,y_1} - \psi_{m,y_1}^{mod}| = 0,88; \quad \delta_{\psi,y_2} = \max_{m=0,\dots,M} |\psi_{m,y_2} - \psi_{m,y_2}^{mod}| = 0,37;$$

что также наблюдается и в результирующем распределении показателя преломления:

$$\delta_{n,y_1} = \max_{m=0,\dots,M} |n_{m,y_1} - n_{m,y_1}^{mod}| \approx 2,5 \cdot 10^{-6};$$
$$\delta_{n,y_2} = \max_{m=0,\dots,M} |n_{m,y_2} - n_{m,y_2}^{mod}| \approx 1,1 \cdot 10^{-5}.$$

Как видно на рис. 5, в восстановленных данных присутствуют небольшие «выбросы», которые отображают недостаточно гладкое соединение участков, моделируемых кривыми Безье. Поэтому в дальнейшем будет решаться вопрос более точного и плавного соединения полиномов при задании начального приближения и работе алгоритма оптимизации. Кроме того, необходим анализ возможности повышения точности реконструкции в центральной части исследуемых сечений, что связано со свойством преобразования Гильберта. Для этого может потребоваться введение дополнительной априорной информации, позволяющей с использованием алгоритма Гаусса-Ньютона точнее находить минимум целевой функции.

Выводы и заключение

В работе на примере данных о температуре и основных молярных концентрациях продуктов горения метано-воздушного пламени Бунзена апробирован метод автоматического восстановления фазовых структур по данным гильберт-диагностики с применением алгоритма оптимизации Гаусса-Ньютона. В осесимметричных сечениях исследуемого пламени выполнен итерационный подбор профиля фазовой функции, адаптированного суммой кривых Безье третьей степени, с последующим вычислением пространственной структуры показателя преломления. Установлено, что критерием достоверности реконструкции фазы является совпадение структур эталонной и модельной гильбертограмм. Предметом дальнейших исследований будет проблема повышения точности оптимизации, а также расширение сферы приложений получаемых результатов к обработке экспериментальных данных.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН № FWNF-2022-0009, государственного задания ИТ СО РАН № 121031800217-8.

Список литературы

1. Li J., Huang H., Bai Y., and etc. Combustion and heat release characteristics of hydrogen/air diffusion flame on a micro-jet array burner // Int. J. Hydrog. Energy., Vol. 43 (29), 2018, pp. 13563–13574 (doi: 10.1016/j.ijhydene.2018.04.195).
2. Masri A. R. Challenges for turbulent combustion // Proc. Combust. Inst., Vol. 38 (1), 2021, pp. 121–155 (doi: 10.1016/j.proci.2020.07.144).
3. Jiang N., Roy S., Hsu P. S., and etc. High-speed, two-dimensional, multi-species Raman imaging for combustion and flow diagnostics // AIAA 2018-2040, 2018. (doi: 10.2514/6.2018-2040).
4. Yang H. N., Yang B., Cai X. S., and etc. Three-dimensional (3-D) temperature measurement in a low pressure flame reactor using multiplexed tunable diode laser absorption spectroscopy (TDLAS) // Laser. Eng., Vol. 31, 2015, pp. 285–297.
5. Gazeli K., Lombardi G., Aubert X., and etc. Progresses on the use of two-photon absorption laser induced fluorescence (TALIF) diagnostics for measuring absolute atomic densities in plasmas and flames // Plasma, Vol. 4 (1), 2021, pp. 145–171 (doi: 10.3390/plasma4010009).
6. Островский Ю. И., Бутусов М. М., Островская Г. В. Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977, 336 с.
7. Karaminejad S., Askari M. H., Ashjaee M. Temperature field investigation of hydrogen/air and syngas/air axisymmetric laminar flames using Mach-Zehnder interferometry // Appl. Opt., Vol. 57 (18), 2018, pp. 5057–5067 (doi: 10.1364/AO.57.005057).

8. Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А. Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007, 316 с.
9. Dubnishchev Yu. N., Arbuzov V. A., Arbuzov E. V., and etc. Optical diagnostics of hydrogen-air diffusion jet flame // J. Eng. Thermophys., Vol. 31 (3), 2022, pp. 402–413 (doi: 10.1134/S1810232822030031).
10. Арбузов Э. В., Арбузов В. А., и др. Метод Гаусса-Ньютона в задаче оптимизации расчёта осесимметричной фазовой функции по данным гильберт-диагностики // Научная визуализация, Т. 15 (4), 2023, С. 56–67 (doi: 10.26583/sv.15.4.05).
11. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Под ред. Евтушенко Ю.Г. М.: Мир, 1988, 440 с.
12. Lai W. H., Kek S. L., Tay K. G. Solving nonlinear least squares problem using Gauss-Newton method // Int. J. Innov. Sci., Vol. 4 (1), 2017, pp. 258–262.
13. Nguyen Q. V., Dibble R. W., Carter C. D. Raman-LIF measurements of temperature, major species, OH, and NO in a methane-air Bunsen flame // Combust. Flame., Vol. 105 (4), 1996, pp. 499–510.
14. Кривые Безье, 2022. URL: <https://learn.javascript.ru/bezier>.

Adaptation of the Gauss-Newton Optimization Algorithm in Hilbert Diagnostics Using the Bunsen Flame as an Example

E.V. Arbuzov^{1,A,C}, Yu.N. Dubnishchev^{2,B,C}, O.S. Zolotukhina^{3,B,C}

^A Sobolev Institute of Mathematics SB RAS

^B Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS

^C Novosibirsk State Technical University

¹ ORCID: 0000-0001-9488-8650, arbuzov@math.nsc.ru

² ORCID: 0000-0001-7874-039X, dubnistchev@itp.nsc.ru

³ ORCID: 0000-0003-3486-4459, melexina-olga17@yandex.ru

Abstract

The possibility of using the Gauss-Newton optimization algorithm in Hilbert diagnostics of reacting media (flames) is considered in the paper using the example of data on the temperature and main compounds of a laminar methane-air Bunsen flame. The method of reconstructing phase optical density fields is used to solve the inverse problem of Hilbert optics (it was previously proposed and tested on numerical models): the hilbertogram is calculated in the considered flame axisymmetric section, from which the initial values of the phase function and the medium refractive index are reconstructed. The applications scope expansion of the obtained results in the experimental data processing will be the work development.

Keywords: Hilbert optics, Gauss-Newton algorithm, optimization, Bunsen flame, flame diagnostics.

References

1. Li J., Huang H., Bai Y., and etc. Combustion and heat release characteristics of hydrogen/air diffusion flame on a micro-jet array burner // *Int. J. Hydrog. Energy*, Vol. 43 (29), 2018, pp. 13563–13574 (doi: 10.1016/j.ijhydene.2018.04.195).
2. Masri A. R. Challenges for turbulent combustion // *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 38 (1), 2021, pp. 121–155 (doi: 10.1016/j.proci.2020.07.144).
3. Jiang N., Roy S., Hsu P. S., and etc. High-speed, two-dimensional, multi-species Raman imaging for combustion and flow diagnostics // *AIAA 2018-2040*, 2018. (doi: 10.2514/6.2018-2040).
4. Yang H. N., Yang B., Cai X. S., and etc. Three-dimensional (3-D) temperature measurement in a low pressure flame reactor using multiplexed tunable diode laser absorption spectroscopy (TDLAS) // *Laser. Eng.*, Vol. 31, 2015, pp. 285–297.
5. Gazeli K., Lombardi G., Aubert X., and etc. Progresses on the use of two-photon absorption laser induced fluorescence (TALIF) diagnostics for measuring absolute atomic densities in plasmas and flames // *Plasma*, Vol. 4 (1), 2021, pp. 145–171 (doi: 10.3390/plasma4010009).
6. Ostrovsky Yu. I., Butusov M. M., Ostrovskaya G. V. *Golograficheskaya interferometriya* [Holographic interferometry], Nauka Publ., Moscow, 1977, 336 p. (in Russian)
7. Karaminejad S., Askari M. H., Ashjaee M. Temperature field investigation of hydrogen/air and syngas/air axisymmetric laminar flames using Mach-Zehnder interferometry // *Appl. Opt.*, Vol. 57 (18), 2018, pp. 5057–5067 (doi: 10.1364/AO.57.005057).
8. Arbuzov V. A., Dubnishchev Yu. N. *Metody gil'bert-optiki v izmeritel'nykh tekhnologiyakh* [Hilbert-optics methods in measurement technologies], NSTU University Publ., Novosibirsk, 2007, 316 p. (in Russian)

9. Dubnishchev Yu. N., Arbuzov V. A., Arbuzov E. V., and etc. Optical diagnostics of hydrogen-air diffusion jet flame // J. Eng. Thermophys., Vol. 31 (3), 2022, pp. 402–413 (doi: 10.1134/S1810232822030031).
10. Arbuzov E. V., Arbuzov V. A., and etc. Gauss-Newton method in the problem of optimizing the axisymmetric phase function calculation based on the Hilbert diagnostic data // Scientific Visualization, Vol. 15 (4), 2023, pp. 56–67 (doi: 10.26583/sv.15.4.05).
11. Dennis J. E., Schnabel R. B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1983, 395 p.
12. Lai W. H., Kek S. L., Tay K. G. Solving nonlinear least squares problem using Gauss-Newton method // Int. J. Innov. Sci., Vol. 4 (1), 2017, pp. 258–262.
13. Nguyen Q. V., Dibble R. W., Carter C. D. Raman-LIF measurements of temperature, major species, OH, and NO in a methane-air Bunsen flame // Combust. Flame., Vol. 105 (4), 1996, pp. 499–510.
14. Bezier curves, 2022. URL: <https://learn.javascript.ru/bezier>.